

基于“问题导向”的深度认知教育的教学实践 ——关于初等的数学

杨明章

中山大学 广东广州 510275

摘要：在当前的教育界，一个热门课题就是深度的学习。虽然对于深度学习的定义，大家存在着各种各样的认识，但是，有一种共同的观点，那就是，进行深度学习的条件，就是要让孩子去应对一些富有挑战的问题。在这个问题中，他们可以通过解答问题来了解所学的东西，从而提高孩子的数学素质。问题求解和深度神经网络是一种自然的关系。老师要发挥其自身的特点，主动对课本进行深度地发掘，自觉地进行富有挑战的问题的设置，将其激发出来，提高其对问题的解析和求解的能力，以满足对其进行深度的学习。

关键词：问题为本；问题为本；深层次的学习；初级数学；教育实践

Teaching Practice of Deep Cognitive Education Based on "Problem Oriented" ——On elementary mathematics

Yang Mingzhang

Sun Yat sen University, Guangdong Guangzhou 510275

Abstract : In the current educational world, a hot topic is deep learning. Although there are various understandings about the definition of deep learning, there is a common view that the conditions for deep learning are to allow children to deal with some challenging issues. In this question, they can understand what they have learned by solving the problem, thereby improving their children's mathematical quality. Problem solving and deep neural networks are a natural relationship. Teachers should give play to their own characteristics, actively explore textbooks in depth, consciously set challenging questions, stimulate them, and improve their ability to analyze and solve problems to meet the needs of in-depth learning.

Key words: problem oriented; Problem oriented; Deep level learning; Elementary Mathematics; Educational Practice

希尔伯特曾经说过：“问题乃数学之魂”，这句话在当时被称为“问题”。希尔伯特在1900年就曾对数学家们提出过23个需要攻克的难题，这23个难题被誉为20世纪最伟大的成果之一。对此问题的深入探索，极大地促进了20世纪的数学进步，并对国际社会造成了深刻的影响。在《义务教育数学课程标准(2022年版)》(《数学课标(2022年版)》)中，有这样一条：“要使孩子学会用数学的眼睛去看和发现问题，学会用数学的眼睛去看问题；能够运用数学思想来进行对实际问题的分析；通过对问题的分析，使学生能够将真实的生活用数学的方式表现出来。这表明，问题是一门重要的学科，也是一门

重要的学科。近几年，在教育界，“深度”已经成为一个热门话题。许多学者从不同的视角，对深度学习展开了广泛的讨论与研究。在2017年，马云鹏曾提出：“在初级阶段，以数学的基本知识为基础，对所要学习的知识的实质进行全面的了解，对所要研究的课题进行深入的探讨，用实际的问题来激发他们的认识，在实际的教学环境中，对一些富有挑战的问题展开探索，让他们能够感受到自己的成就，从而促进他们的全面发展。”在2019年度，程明喜在文章中指出，要把人的思想素质作为根本，制定合适的教学目的，选取合适的教学内容，组织有效的教学行为，让学生的数学教学变成一种以理

解为基础，面向更高层次的思考发展的深度的学习。于然与赵世恩于2021年首次提出了“深度学习”与“深度学习”之间的关系，并提出了“深度学习”应用于课堂的新思路。这些学者从认知科学，小学数学教学，思维质量等多个方面对深度学习展开了深入的研究，这对于理解和探索深度学习都有着重要的指导作用。在教育界，虽然对于深度学习的定义存在着不同的看法，但是，有一种共同的观点，那就是，深度学习的先决条件是，要使学员能够应对一些富有挑战的问题，并通过解答问题来了解所学，进而满足其需要。“以问题为中心”的思想已经在各类课程中得到了普遍的运用。因此，问题求解和深度学习是一种自然的关系。文章从“问题”的含义、“问题”的教学意义、“问题”的教学意义等方面进行了阐述；其次，本文对与之有关的一些基本概念进行了剖析，为老师们提出了一些富有挑战的问题的解决方案。在文章的结尾部分，提出了几个以问题为中心的深度认知训练的具体实施方案。

1 问题和问题的处理

1.1 题目的涵义

“问题”一语在哲学、心理学家等领域已被广泛地讨论过，英国著名的科学家波普尔在其《走向进化的知识论》一书中提出了“问题即是难题”的观点；在认知心理学家看来，问题在于我们所要达到的目的和我们拥有的东西是不符合的。张掌然在他的《问题论》一书中提出了“问题是一种情况，即所知的情况与所知的情况有一定的隔阂，必须跨越。通过对问题的上述定义，我们可以发现，问题是从情景中出现的，由三大要素组成：给定的条件，要实现的目的，还有妨碍实现目的的某些约束和障碍。以教学实际为中心，当前人们在如何在数学教育中去处理哪些问题上没有达成共识，但是关于好的问题的三个特点，希尔伯特曾经提出过：“好的问题应该是清楚而容易理解的；虽然艰难，但是却能让人充满期待；还有重要的含义。”这就要求一位小学老师要在两个方面做好准备：首先，问题的提问要与孩子们的认识程度以及他们所处的生活情境相结合，这样才能表现出清楚、容易理解的特点。第二，题目不能太过简单，要激发出同学们对过去的记忆，在课堂上要给予同学们足够的思维，只有在这种情况下，才能更好地表现出题目的后两点。综上所述，一个好的问题，最重要的一点就是可以将他们的主观能动性、好奇心和求知欲望都充

分地调动起来，进而让他们可以积极地、主动地探索和探索问题的答案，而这正是让他们进行深度学习的必要条件。其次，一个好的问题应该可以作为一种纽带，使他们之间形成一个相互关联的关系，而这种关系恰恰就是他们进行深层的学习所必需的。最终，一个好的问题应该可以让学生去考虑如何去解决问题，而能否学会如何去处理问题正好是一个让学生进行深度学习的度量指标。提出一个好的问题，可以促使他们进行深入的思考，发展他们的数学思维，提高他们的整体素质。

1.2 问题的解答与它的教学意义

虽然对何为问题的求解并无共识，但是在基础教育中，问题的求解被界定为：在特定的情况下，根据特定的目的，运用各种认知活动、技能等，通过一套思想的操纵，来求解问题。问题解决有目的性、序列性和认识性三个重要特性。具体来说，“目标”就是要把问题搞清楚，没有目标，就没有问题的解决；说明了一个问题的解答必然涉及一连串的思维活动；认识能力是一种以认识为基础的、以认识为核心的解题过程。《国际教育辞典》中对“问题解决”一词有清晰的定义，它是以一种新的方式将两种以上的规则结合起来，以求一个问题的答案。基于此，老师应当注重对问题的求解，特别是对学生在求解问题时所使用的算法和隐藏在其中的数学知识进行研究。在《数学课标(2022年版)》中，对于问题的教学意义，特别是“感受数学知识与数学知识之间，数学与其他学科之间，数学与生活之间的关联，通过探究现实生活中的各种关联，找到问题并产生问题，并将数学与其他学科中的知识与手段应用到问题的处理中去。”从这一点就可以看出，问题的处理对于培养一个人的成长起到了无可取代的重要意义。

2 与深度学习有关的一些基本原理

2.1 “深度”的含义

“深度”，即“深度”的概念，在《“深度学习”教学改进项目实验工作方案》中指出“深度”是一种在老师的引导下，积极主动地参与、体验和发展的有意义的“深度”。从深度的角度来说，特别是在小学阶段，光靠自己是很困难的。在没有老师的指导下，老师要给孩子们准备具有挑战的课题，让他们能够在问题的引导下，去进行问题的研究，并最后去解答问题；从布卢姆关于“记忆、理解、运用、分析、评价、创造”的研究成果来分析，通过对“记忆、理解、运用、分析、评价、创造”六

个层面的研究，可以看出，在“记忆、理解”的同时，通过“记忆、理解”达到更高层面的“运用、分析、评价、创造”的认识。很明显，这一进程中，要求有高阶的思考能力，并要亲身体验问题的整个过程，最终实现对核心的数学知识、对其进行全面的了解，对其进行有效的应用，并最终使其养成一个好的学习习惯和态度。

2.2 在教育中推进深度学习

近几年，在众多的研究者的不断的工作下，在教育领域的研究已经有了一定的进展。在2019年度，程明喜提出了关于“确立合适的教育目的”、“选择适当的教育内容”、“组织高效的教育活动”等几个方面的对策与意见；当年，计宇与李广共同探讨推动语文课程在小学语文课程中的深入学习；在2021年度，于然与赵世恩提出了促进学生学习的基本思路：布置学习任务，主动建构模型，形成模型，测试模型，归纳学习的结果。而张春莉、王艳芝则在“深度”视角下的课堂教育进程进行了探讨，认为“深度”的课堂教育进程包括两个层面：“深度”的“深度”的课堂教育进程包括：“深度”的“情景”的“深度”；重点关注问题，对前面的观念进行对比；与环境，与他人，与自己对话，激发感觉，进行综合思考；变化的操练，社交的锻炼。“深度学习”的教育实践是围绕着一个主题的核心知识展开的，它是在老师的引导下，让学生和老师一起，一起来完成这个问题的求解，从而提高了他们的高级思考能力。在问题的求解中，运用知识之间的关系和适当的数学方式来推进深度学习，搭建起理论与实际之间的桥梁，进而掌握问题的实质，提高学生的数学素质。

3 以“问题导向”为指导的深入研究在教育中的应用

通过上述关于问题求解和深度学习的讨论，很难看出，要想实现深度学习，必须让学员去面对富有挑战的问题，而问题的设计通常都是由老师来承担的。在教学中，提问具有双重作用：一是为了激发和指导他们运用所学的东西去解答问题；二是通过对问题的解决，使其对问题的理解和理解，提高其分析和解决问题的水平，使其符合“深层次的”学习的需要。

在教学中，如何进行问题的深度教学，需要从以下几个角度进行思考：第一，从自身的特性、课本的安排等角度进行思考；三是在处理问题时，其

处理问题的方式能否移植与深入；四是把数学和现实地结合起来。其实，这个想法也还可以用来解决难题。

3.1 以各课程单位之间的知识链为基础，推进学生的深度思考

范例一：教授“探索图形”（参见附图1）

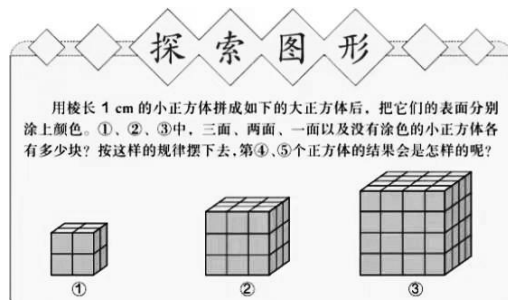


图1 探索图形

从图1可以看出，教科书上的内容是让同学们去探究矩形的着色问题。本课程的目标是使学生们通过观察、操作、计算等实践过程，从简单到困难，找到涂色问题与方块中各构成元素之间的内在联系，从而培养出空间概念。为便于交流和保持一致性，老师们可以引进以下的符号：一个是棱长为1的小正方体，它是一个棱长为n的大正方体，它被记录为Gn，也就是在图1中，三个正方体被记录为G2、G3和G4。本课程旨在训练同学们以数字为基础，运用数字思维去表现真实的事物。在G2阶段，只要看一眼就能得到答案；但是，G3、G4这两种语言的学习方法，由于其本身具有较强的学习能力，因此，在学习过程中，若老师没有正确地指导，就很可能使学习过程变得枯燥乏味，从而导致学习结果的不理想。这时，老师就可以循序渐进地提问。题目一：用观测与计算的方法，解决G3与G4两个颜色的上色题；问题2：你可以找出什么规则？请根据所学习到的内容来说明你所找到的规则。在第一个问题中，需要通过观察、计算和列表等步骤，为后续问题的求解打下良好的理论和实践基础。问题二、问题三旨在通过对问题之间关系的分析，指导问题二、问题三对问题进行深入研究。具体来说，在填表过程中，同学们可以很轻易地找到以下规则：

三个边的方格数目永远不会改变，仍然是8个。经过老师的指导，可以得出以下的联系：G3三面涂色的块数=正方体顶点的个数。而关于正方形的数量，正是本章第1节要讲的东西。在回顾了之前所学的内容后，同学们自然而然地运用了“棱”和“面”

的数目来寻求更多的规则。比如： G_3 的二次涂布的区块数目 $= (3-2) \times$ 正方形的边数目； G_3 一个颜色的方块数 $= (3-2) \times 2 /$ 一个方形的数量。最后，同学们能够完整地填好课本中的全部空白处（如表1），并由此得出一个更为普遍的结果： G_n 三面涂布的方块数目 $=$ 正方形的顶点数目； G_n 被涂布的两个侧面的区块数目 $= (n-2) \times$ 正方形边的数目； G_n 一边被染色的区块数目 $= (n-2) \times 2 \times$ 正方形的数目； G_n 不带颜色的区块数目 $= (n-2)^3$ 。从以上的研究中可以看出，第一个问题只是

基本的问题，第二个问题和第三个问题是比较难的。要解答这些问题，就必须运用这一单元所学的内容，经过观察，想象，列表，找规律，建模，计算等过程，对构成正方形的各种元素进行深刻了解，把握涂色问题的实质，提高想象和推断的水平，达到深度学习的目的。

3.2 多个单元的集成应用，提高了知识的深度研究

范例二：《包袱的知识》（参见附图2）



图2 包装的学问

从图2中可以看出，教科书中的三个边是5 cm，15 cm，20 cm，3个边是5 cm，15 cm，20 cm。把同样大小的两块糖打包在一起，形成一个大的矩形，教科书给出3种方法，询问如何打包可以最大限度地节约包装布。此问题的解答包含了数代数，图形和几何，和统计学和概率三大部分。首先，在“数理”课程中，同学们要做的是求“容积”、“表区域”等，而所列出的公式，同学们要根据“数学规则”或“数学规则”去求，这样才能更好地训练同学们的数学思维。其次，在平面与几何学方面，要求同学们能较好地理解矩形体形貌，并能较好地理解矩形体形貌。另外，在判定哪个方案最省时，训

练了他们的几何直觉，让他们注意到三个不同的包装方式都能维持相同的容积，并明白要达到这个目的，就需要符合“大面”这个结果。第三，相对于前面两大类，统计学和概率是老师经常忽视的，这也是造成学员不能实现深度学习的原因之一。这时，老师就可以提问：“你能不能从三个不同的选择中找出一些与两个不同的选择？”本问题旨在使同学有一个搜集资料、整理资料 and 进行资料分析的统计学过程，藉由资料得出更有深度之结果。通过这种方法，同学们常常能得出下面的表格2中所列的数据。

表2 长方体的棱长、体积和表面积统计

方案	棱（单位：cm）	棱（单位：cm）	棱（单位：cm）	体积（单位： cm^3 ）	表面积（单位： cm^2 ）
方案1	5	15	40	3000	1750
方案2	5	20	30	3000	1700
方案3	10	15	20	3000	1300

首先，由学员在实验中进行资料采集；其次，因为确定了矩形体表区域的主要因素是三个带有共同顶点的棱边，与矩形的排列方式没有关系，因

此，同学们可以将矩形的棱边按顺序排列，并将它们填充到表中，这样就能实现资料的排列；将拼凑出来的大矩形与原始的小矩形的有关资料作对比，

很容易得出以下的结果：同时“大面”等于添加了“短棱”。因此，可以得出一个更为深入的结果，即三个边的距离愈近，其表面愈小。总的来说，本个案说明多重知识的整合运用，可以提升学生的深

度认知。

3.3 采用“叠加”的数理方式提高了研究的层次研究

范例三：《平面四边的区域》（参见图3）。

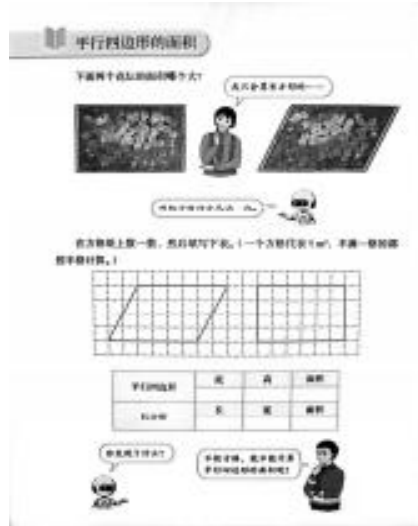


图3 平行四边形的面积

本文所讲的是关于平面图形的面积的理论基础。在平时的课堂上，老师经常会着重于割补法和转换的数学观念，运用长方形的面积公式，从而得到本节课文的结果（如图4）由图4可以看出，若要求解

以上的问题，仅需要使用一次的切补式方法，则难以提高学生的深度学习能力。老师们可能会想出一些问题，比如：“这个长方形像在下图5中，有24平方厘米的区域吗？”你为什么这么做？”

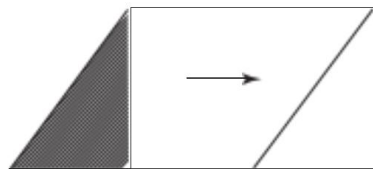


图4 平行四边形的转化过程

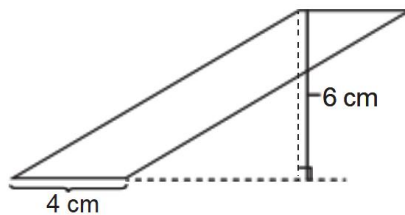


图5 “外高型”平行四边形

在教科书中讨论的矩形具有一个特征，即矩形的高度可能在矩形的内侧（我们称之为“内高型”矩形）。其目标是考查学生对面积这个概念的了解程度，并运用之前学过的知识，如面积单位、长方形和正方形的面积计算等，来进行问题的处理。但如果是在“外高型”的平面上，很明显不是一次切割就能把它变成4厘米宽6厘米的矩形的。其实，老师可以利用一张算术的纸条，指导他们反复运用割

补法，达到转换的目的（如下一张图6）。很明显，上述问题可以通过“叠加”的切割和补偿方法得到解答。首先把一个“外高型”的平面图划分为几个“内高型”平面图；然后通过切割和修补的方法，将其切割成4厘米，6厘米宽的矩形。在现实生活中，困难问题通常都是几个“叠加”在一起的，通过对这些问题的分解和应用，可以逐步提高问题的求解水平。“外高型”直角三角形的区域计算是一项颇

具难度的课题，在此课题中，可以加深对切补法的理解，完整地把握直角三角形的区域计算，提高解

题的水平，进而推进深度的学习。

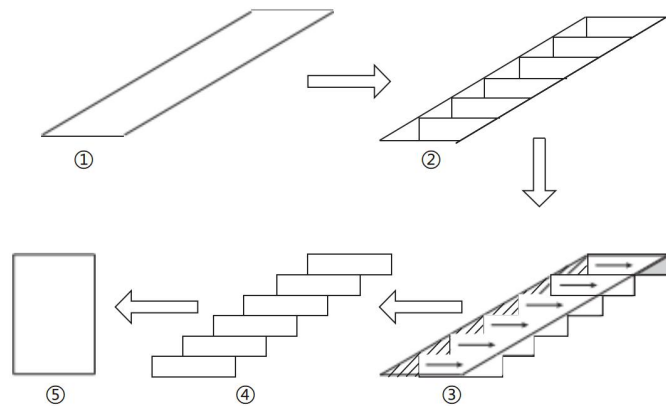


图6 “外高型”平行四边形的转化过程

3.4 把数学和现实相结合，提高了教学质量

深度学习

事例四：对有余的除有深刻认识。

初二后半个月，刚开始学习有余的除时，对有余的除有一条令人费解的规则，那就是余必须比除少。因为当时的同学们对所学的东西还不多，所以很难看出这项规则的普遍适用。但是，从三年级开始，特别是在学习了《年、月、日》课文以后，老师就可以有意地通过一些有关实践的问题，让孩子们了解“余”的除“余”在日常生活中的运用，加深对“余”字必须少于“除”字的认识。

问题1：表格3显示了一月份的日程图，同一栏中的数字之间有什么联系？

问题2：在2020年度的首日是周三，那么在2020年度的末日是哪一日呢？请举例说明您的结论。

表3 2020年1月的日历

周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

针对问题一，如何运用已学过的加减乘除运算，是一个极富挑战的问题。老师可以根据除法的性质和7日一循环的特性，指导学生找到规则。其实，如果我们使用了一种方法，我们就可以得出这

样一个结果：在这一栏中的两个数字都可以被7整除，或者两个数字都可以被7整除。在这种情况下，“余”比“除”比“除”小的原则就显得尤为重要，它使以上的结果得到了保障。而问题二则是将已知的规则运用到求解中。首先，因为是一个闰年，十二月三十一日是这个年份的第三百六十六日；其次，我们可以从366除以7=52，2中看出，剩余的数字是2，所以十二月三十一日和一月二日在一栏中。最终，得出了一个结论：“2020将在周四结束。”

4 结论

综上所述，根据以上两个问题，将所学的东西运用到实践中去，这样不但可以深化对这些东西的认识，还可以让他们对这些东西有一个基本的认识，并且可以让他们在现实中感受到一些东西，让他们对数学产生一种很好的感情，进而让他们实现了一种深入的学习。就像以上所举的一些例子一样，深度的学习方法，在教师的指导下，以问题为导向。首先，提出的问题要能使同学们注意到所学内容的内在关联，并根据所掌握的相关信息对问题的解析与求解；其次，在求解问题时，要注意对问题的“叠加”与转移，使其能够处理较难的问题；最终，在对现实问题的发掘中，要指导学生将他们所掌握的数学知识与现实生活地结合起来，来对问题进行有效的处理，从而让他们意识到，他们可以拥有一种非常广泛的应用范围，并逐步培养他们对数学的一种好的感情和态度。因此，在教学中，要发挥数学的基本特点，对材料进行主动的发掘和主动的设置，以提高教学效果。在实际的教育活动中，教师要对他们进行恰当的指导，将他们原有的认识

唤醒起来，在新老之间搭建一座联系新老之间的联系，这样才能够让他们更好地把握住这些新的东西的实质，提高他们在问题求解的时候的处理水平，让他们对自己的数学有更多的了解，让他们在解答问题的时候能够更好地感受到自己所拥有的数学的意义，同时也能够满足他们对深度学习的需求。

参考文献：

- [1] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准（2022年版）[S].北京：北京师范大学出版社，2022.
- [2] 张浩，吴秀娟.深度学习的内涵及认知理论基础探析[J].中国电化教育，2012（10）：7-11.
- [3] 郭华.深度学习及其意义[J].课程·教材·教法，2016(11): 25-32.
- [4] 马云鹏.深度学习的理解与实践模式：以小学数学学科为例[J].课程·教材·教法，2017（4）：60-67.
- [5] 程明喜.小学数学“深度学习”教学策略研究[J].数学教育学报，2019(4): 66-70.
- [6] 吴永军.关于深度学习的再认识[J].课程·教材·教法，2019（2）：51-58.
- [7] 计宇，李广.促进深度学习的小学语文教学设计[J].课程·教材·教法，2019（2）：72-78.
- [8] 于然，赵世恩.深度学习的内涵与教学实践：以小学数学为例[J].数学教育学报，2021（1）：68-73.
- [9] 张春莉，王艳芝.深度学习视域下的课堂教学过程研究[J].课程·教材·教法，2021（8）：63-69.
- [10] 张丹，刘晓.“问题引领学习”的构建及单元教学研究[J].数学教育学报，2018（5）：42-47.
- [11] 陈薇，沈书生.小学数学教学中深度问题的研究：基于专家教师课堂提问的案例分析[J].课程·教材·教法，2019（10）：118-123.
- [12] 邝孔秀，刘芳，劳金晶.小学数学教师课堂提问的现状与改进策略[J].课程·教材·教法，2020（10）：77-81.
- [13] 孙雅琴.问题导向：初中数学深度教学的实践研究[J].数学通报，2020（11）：35-39.[K].
- [14] 孙玲，徐文彬.“问题解决导向”的小学英语单元整体教学设计[J].课程·教材·教法，2020（2）：99-105.（3）
- [15] 钱诣文.问题导向下的数学教育研究进展与展望：第二届江苏数学教育学术研讨会述评[J].数学教育学报，2021（5）：99-102.
- [13] 波普尔.走向进化的知识论[M].范景中，李本正，译.杭州：中国美术学院出版社，2001：74.
- [14] 张掌然.问题论[D].武汉：武汉大学，2005：70.
- [15] 解恩泽，徐本顺.世界数学家思想方法[M].济南：山东教育出版社，1994：1083-1084.
- [16] PAGE G T ， THOMASJB ， MARSHALL A R.International dictionary of education[M].GreatBritain: Billing and Sons Ltd, Guildford, London and Worcester, 1977: 273.
- [17] 人民教育出版社课程教材研究所小学数学课程教材研究开发中心.义务教育教科书数学：五年级下册[M].北京：人民教育出版社，2014.
- [18] 位惠女，陶文中.义务教育教科书数学：五年级下册[M].北京：北京师范大学出版社，2014：80.
- [19] 人民教育出版社课程教材研究所小学数学教材编委会.义务教育教科书数学：五年级上册[M].北京：人民教育出版社，2022：85.